

## Contenido

- Definición de propiedades geométricas de sección.
- Propiedades del acero de presfuerzo.
- Definición de cargas.
- Cálculo de pérdidas de presfuerzo.
- Revisión de esfuerzos en la transferencia y etapa de servicio.
- Revisión de esfuerzos cortantes por última resistencia.
- Revisión de Deflexiones.

## 1. Propiedades geométricas de la viga.

a) Constantes de diseño.

$$E_p = 2,000,000 \text{ kg} / \text{cm}^2$$

$$f'c = 200 \text{ kg} / \text{cm}^2$$

$$E_c = 15,100 \sqrt{f'c} = 213,546 \text{ kg} / \text{cm}^2$$

$$f'c_p = 400 \text{ kg} / \text{cm}^2$$

$$E_{cp} = 15,100 \sqrt{f'c_p} = 302,000 \text{ kg} / \text{cm}^2$$

$$f'c_i = 0.6 f'c_p = 240 \text{ kg} / \text{cm}^2$$

$$E_{ci} = 15,100 \sqrt{0.6 f'c_i} = 233,928 \text{ kg} / \text{cm}^2$$

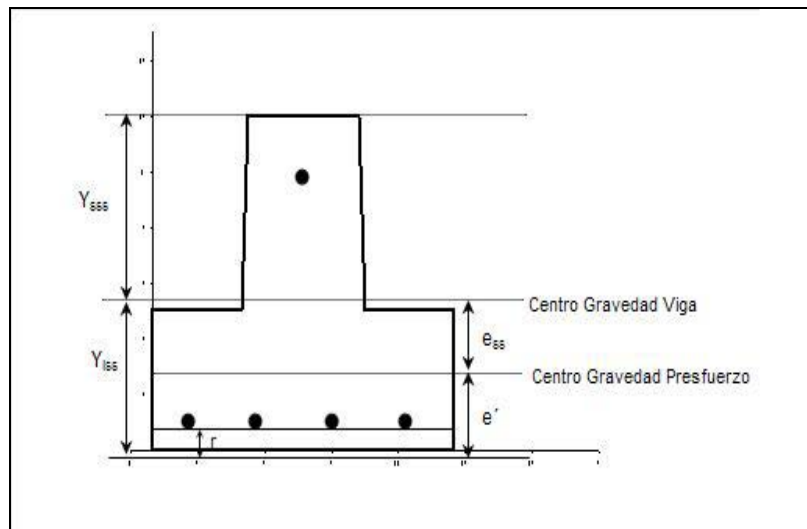
$$\Delta t = 30 \text{ hrs.}$$

$$C_{\%} = 0.80$$

$$E_{cc} = 15,100 \sqrt{f'c_p \cdot (C_{\%})} = 270,117 \text{ kg} / \text{cm}^2$$

b) Coordenadas de la sección simple.

Coordenada	X (cm)	Y (cm)
1	0.00	0.00
2	0.00	5.00
3	4.00	5.00
4	4.25	12.00
5	9.25	12.00
6	9.50	5.00
7	13.50	5.00
8	13.50	0.00



$$A_{ss} = 104.25 \text{ cm}^2$$

$$I_{ss} = 1,140.90 \text{ cm}^4$$

$$Y_{iss} = 4.60 \text{ cm}$$

$$Y_{sss} = 12 - 4.6 = 7.40 \text{ cm}$$

$$W_{propio} = 25.02 \text{ kg / m}$$

$$A_{sp} = 5 \cdot (.1963 \text{ cm}^2) = .981 \text{ cm}^2$$

$$e' = \frac{\sum A_{si} \cdot d_i}{\sum A_{si}} = 3.76 \text{ cm}$$

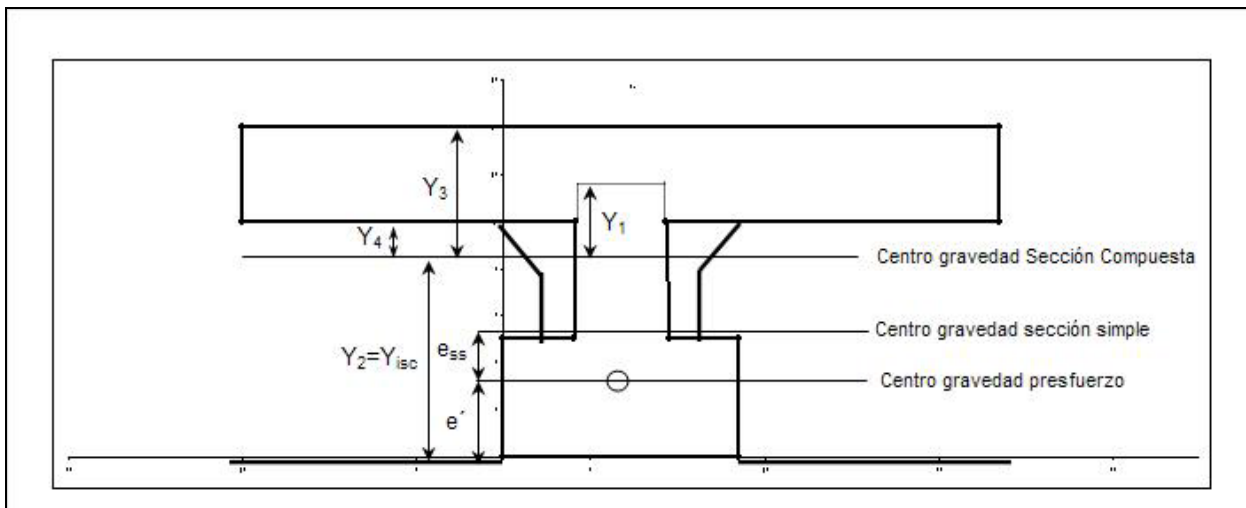
$$e_{ss} = 4.6 - 3.76 = 0.84 \text{ cm}$$

c) Cálculo de módulos de sección de la viga.

$$S_{ssi} = \frac{I_{ss}}{Y_{iss}} = 248.3 \text{ cm}^3$$

$$S_{sss} = \frac{I_{ss}}{Y_{sss}} = 154.1 \text{ cm}^3$$

## 2. Propiedades geométricas de sección compuesta.



$$I_{sc} = 4,898.3 \text{ cm}^4$$

$$e_{sc} = 5.40 \text{ cm}$$

$$Y_{isc} = 9.16 \text{ cm}$$

$$Y_1 = 12 - 9.16 = 2.84 \text{ cm}$$

$$Y_2 = Y_{isc} = 9.16 \text{ cm}$$

$$Y_3 = 14 - 9.16 = 4.84 \text{ cm}$$

$$Y_4 = 10 - 9.16 = 0.84 \text{ cm}$$

$$S_{sc1} = \frac{I_{sc}}{Y_1} = \frac{4,898.3}{2.84} = 1,723.7 \text{ cm}^3$$

$$S_{sc2} = \frac{I_{sc}}{Y_2} = \frac{4,898.3}{9.16} = 534.8 \text{ cm}^3$$

$$S_{sc3} = \frac{I_{sc}}{Y_3} = \frac{4,898.3}{4.84} = 1011.7 \text{ cm}^3$$

$$S_{sc4} = \frac{I_{sc}}{Y_4} = \frac{4,898.3}{0.84} = 5,819.7 \text{ cm}^3$$

b) Revisión de ancho efectivo de sección compuesta.

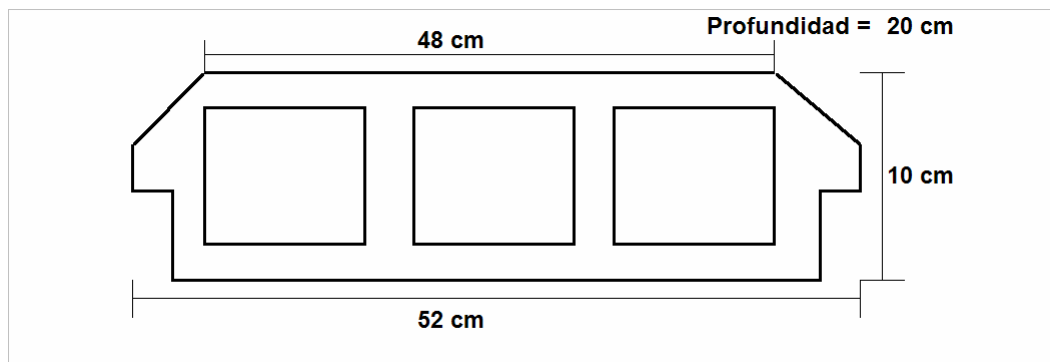
$$b_e = 16t + b_v = 16(4) + 13.5 = 77.5 > 61.5 \text{ cm}$$

$$b = 61.5 \text{ cm}$$

$$n = \frac{Ec}{Ecp} = \frac{15,100\sqrt{200}}{15,100\sqrt{400}} = 0.7071$$

$$n \cdot b_e = 43.49 \text{ cm}$$

c) Datos de la bovedilla.



$$\text{Peso(peralte.10)} = 6.3 \text{ kg / pza (Cemento - arena)}$$

$$\text{Medidas} \rightarrow 10 \times 48 \times 20 \text{ cm.}$$

$$\text{Pzas / m}^2 = 8.13 \text{ pzas / m}^2$$

$$A_{trans} = 500 \text{ cm}^2$$

**3. Propiedades del acero de presfuerzo.**

$$f_{pu} = 16,900 \text{ kg} / \text{cm}^2$$

$$f_{py} = 0.90 \cdot f_{pu}$$

$$f_{py} = 0.90 \cdot (16,900 \text{ kg} / \text{cm}^2) = 15,210 \text{ kg} / \text{cm}^2$$

$$P_i = 0.94 f_{py} \leq 0.80 f_{pu}$$

$$0.94 f_{py} = 0.94 \cdot (15,210) = 14,297 \text{ kg} / \text{cm}^2$$

$$0.80 f_{pu} = 13,520 \text{ kg} / \text{cm}^2$$

$$P_i = 0.82 \cdot f_{py} \leq 0.74 \cdot f_{pu}$$

$$0.82 \cdot f_{py} = 12,472 \text{ kg} / \text{cm}^2$$

$$0.74 \cdot f_{pu} = 12,506 \text{ kg} / \text{cm}^2$$

$$\text{Esfuerzo} \rightarrow P_i = 12,472 \text{ kg} / \text{cm}^2$$

$$\text{Fuerza} \rightarrow P_i = 12,472 \cdot (0.9817) = 12,244 \text{ kg}$$

$$P_i = \frac{P_i}{0.95} = 13,129 \text{ kg} / \text{cm}^2$$

#### 4. Definición de cargas para losa de entpiso (habitacional).

a) Carga viva máxima y carga viva sostenida.

$$CV_{\text{viva.max}} = 170 \text{ kg} / \text{m}^2$$

$$W_{\text{viva.max}} = CV_{\text{viva.max}} \cdot (\text{Ancho}) = 170 \text{ kg} / \text{m}^2 \cdot (0.615 \text{ m}) = 104.55 \text{ kg} / \text{m}$$

$$CV_{\text{viva.sost}} = 70 \text{ kg} / \text{m}^2$$

$$W_{\text{viva.sost}} = 70 \text{ kg} / \text{m}^2 \cdot (0.615 \text{ m}) = 43.05 \text{ kg} / \text{m}$$

b) Carga muerta.

$$CM_{\text{peso.propio}} = C_{\text{bovedilla}} + C_{\text{concreto}} + C_{\text{viga}} = 192 \text{ kg} / \text{m}$$

$$C_{\text{bovedilla}} = 8.13 \text{ pzas} / \text{m}^2 \cdot (6.3 \text{ kg}) = 51.22 \text{ kg} / \text{m}^2$$

$$W_{\text{bovedilla}} = 51.22 \text{ kg} / \text{m}^2 \cdot (0.615 \text{ m}) = 31.5 \text{ kg} / \text{m}$$

$$C_{\text{concreto}} = 37.88 \text{ kg} / \text{m}^2$$

$$W_{\text{concreto}} = 2,400 \text{ kg} / \text{m}^3 \cdot (0.615 \text{ m} \cdot 0.14 \text{ m} - 0.050 \text{ m}^2 - 0.01043 \text{ m}^2) = 61.61 \text{ kg} / \text{m}$$

$$W_{\text{viga}} = 2,400 \text{ kg} / \text{m}^3 \cdot (0.01043 \text{ m}^2) = 25.03 \text{ kg} / \text{m}$$

$$CM_{\text{acabados}} = 100 \text{ kg} / \text{m}^2$$

$$W_{\text{acabados}} = 61.5 \text{ kg} / \text{m}$$

$$CM_{\text{total}} = 179.60 \text{ kg} / \text{m}$$

c) Resumen de cargas.

$$W_{muerta_{sin\ viga}} = 155\text{kg} / m$$

$$W_{muerta_{con.\ viga}} = 180\text{kg} / m$$

$$CV = 104.55\text{kg} / m$$

$$CV_{sost.} = 43.05\text{kg} / m$$

El cálculo del claro máximo de la viga pretensada se resuelve a través de iteraciones, y se revisarán los esfuerzos reales de la viga, las pérdidas de presfuerzo, los esfuerzos cortantes horizontales y verticales, y las deflexiones.

$$L = 4.42\text{ m}$$

## 5. Revisión de esfuerzos en la transferencia.

a) Cálculo de esfuerzos permisibles.

$$f_c = 0.6 \cdot f'c_i = 192\text{kg} / \text{cm}^2$$

$$f_t = 0.80 \cdot \sqrt{f'c_i} = -14.31\text{kg} / \text{cm}^2$$

b) Esfuerzos en la fibra superior de la viga.

$$f_s = \frac{P_i}{A_{ss}} + \frac{M_{ppv}}{S_{sss}} - \frac{P_i \cdot e_{ss}}{S_{sss}}$$

$$M_{ppv} = \frac{(25.03) \cdot L^2}{8} = 58.38\text{kg} - m = 6,110\text{kg} - cm$$

$$f_s = 117 + \frac{(6,110)}{154.1} - \frac{12,244 \cdot 0.84}{154.1} = 91\text{kg} / \text{cm}^2 \leq 192\text{kg} / \text{cm}^2$$

c) Esfuerzos en la fibra inferior de la viga.

$$f_i = \frac{P_i}{A_{ss}} - \frac{M_{ppv}}{S_{iss}} + \frac{P_i \cdot e_{ss}}{S_{iss}}$$

$$f_i = 117 - \frac{6,110}{248.3} + \frac{12,244 \cdot (0.84)}{248.3}$$

$$f_i = 134\text{kg} / \text{cm}^2 \leq 192\text{kg} / \text{cm}^2$$

## 6. Cálculo de pérdidas de presfuerzo.

a) Pérdidas Inmediatas.

a. Acortamiento Elástico.

$$\Delta AE = \left( \frac{E_p}{E_{cpi}} \right) \cdot f_{cgp}$$

$$f_{cgp} = \frac{P_i}{A_{ss}} + \frac{P_i \cdot e_{ss}^2}{I_{ss}} - \frac{M_{ppv} \cdot e_{ss}}{I_{ss}}$$

$$f_{cgp} = 0.9 \cdot \left( 117 + \frac{12,244 \cdot (0.84)^2}{1140.9} \right) - \frac{6,110 \cdot (0.84)}{1140.9} = 108 \text{ kg/cm}^2$$

$$\Delta AE = \left( \frac{2,000,000}{15,100 \cdot \sqrt{320}} \right) \cdot 108 = 800 \text{ kg/cm}^2$$

b. Relajación del Acero en la transferencia.

$$\Delta RE_1 = \frac{1}{10} \cdot \log(t) \cdot \left[ \frac{f_t}{f_{py}} - 0.55 \right] \cdot f_t$$

$$\Delta RE_1 = \frac{1}{10} \cdot \log(30) \left[ \frac{13,129}{15,210} - 0.55 \right] \cdot 13,129$$

$$\Delta RE_1 = 607 \text{ kg/cm}^2$$

b) Pérdidas Diferidas.

a. Contracción del concreto

$$\Delta C_c = 1,193 - 10.5 \cdot H$$

$$H = 70\%$$

$$\Delta C_c = 1,193 - 10.5 \cdot (70) = 458 \text{ kg/cm}^2$$

b. Flujo plástico

$$\Delta FP = 12 \cdot f_{cgp} - 7 \cdot f_{cds} \geq 0$$

$$f_{cds} = \frac{M_{cm}}{I_{ss}} \cdot e_{ss}$$

$$M_{cm} = \frac{155 \cdot (4.42)^2}{8} \cdot 100 = 37,852 \text{ kg-cm}$$

$$f_{cds} = \frac{37,852}{1140.9} \cdot (0.84) = 27.72 \text{ kg/cm}^2$$

$$\Delta FP = 12 \cdot f_{cgp} - 7 \cdot f_{cds} = 1,102 \text{ kg/cm}^2$$

c. Relajación del acero en la transferencia

Para relevado de esfuerzos

$$\Delta RE_2 = 1408 - 0.4 \cdot (\Delta AE) - 0.2 \cdot (\Delta C_c + \Delta FP)$$

$$\Delta RE_2 = 1408 - 0.4 \cdot (800) - 0.2 \cdot (458 + 1,102)$$

$$\Delta RE_2 = 776 \text{ kg/cm}^2$$

c) Resumen de pérdidas.

Acortamiento Elástico	= 801 kg/cm <sup>2</sup>
Relajación Instantánea	= 607 kg/cm <sup>2</sup>
Contracción Concreto	= 458 kg/cm <sup>2</sup>
Flujo Plástico	= 1,113 kg/cm <sup>2</sup>
Relajación Diferida	= 773 kg/cm <sup>2</sup>
<b>Total de Pérdidas</b>	<b>= 3,743 kg/cm<sup>2</sup></b>

d) Cálculo de la fuerza efectiva de presfuerzo.

$$f_f = P_i - \sum \text{Pérdidas}$$

$$f_f = 12,244 / 0.981 - 3,743 = 8,729 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_e = 8,720 \cdot (0.981) = 8,570 \text{ kg}$$

## 7. Revisión de esfuerzos en vigas después de pérdidas de presfuerzo.

a. Esfuerzos permisibles

$$f_{c1} = 0.45 \cdot 400 = 180 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{c2} = 0.60 \cdot 400 = 240 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_t = 1.6 \cdot \sqrt{400} = 32 \text{ kg/cm}^2$$

b. Revisión fibra superior con carga máxima

$$f_s = \frac{P_e}{A_{ss}} + \frac{M_{ppv}}{S_{sss}} + \frac{M_{sct}}{S_{sc1}} - \frac{P_e \cdot e_{ss}}{S_{sss}}$$

$$f_s = \frac{8,570}{104.3} + \frac{6,110}{154.1} + \frac{60,547.82}{1723} - \frac{8,570 \cdot (0.84)}{154.1} = 112 \text{ kg/cm}^2 \leq 240 \text{ kg/cm}^2$$

$$M_{sct} = \frac{(104.55 + 155) \cdot 4.42^2}{8} \cdot 100 = 63,383 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

c. Revisión fibra superior con carga viva sostenida.

$$f_s = \frac{P_e}{A_{ss}} + \frac{M_{ppv}}{S_{sss}} + \frac{M_{csost}}{S_{sc1}} - \frac{P_e \cdot e_{ss}}{S_{sss}}$$

$$f_s = 82.2 + 39.6 + 28.6 - 46.42 = 103 \text{ kg/cm}^2 \leq 240 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{M_{csost}}{S_{sc1}} = \frac{((180 + 43.05) \cdot 0.615) \cdot 4.42^2 \cdot \frac{1}{8} \cdot 100}{1723.74} = 28 \text{ kg/cm}^2$$

d. Revisión esfuerzos fibra inferior con carga máxima.

$$f_i = \frac{P_e}{A_{ss}} + \frac{P_e \cdot e_{ss}}{S_{ss2}} - \frac{M_{ppv}}{S_{ss2}} - \frac{M_{sct}}{S_{sc2}}$$

$$f_i = 82.2 + \frac{8,570 \cdot (0.84)}{248.3} - \frac{6,110}{248.3} - \frac{63,383}{534.85} = -32.07 \text{ kg/cm}^2 \cong -32 \text{ kg/cm}^2$$

e. Revisión esfuerzos fibra inferior con carga sostenida.

$$f_i = \frac{P_e}{A_{ss}} - \frac{M_{ppv}}{S_{sss}} - \frac{M_{csost}}{S_{sc1}} + \frac{P_e \cdot e_{ss}}{S_{sss}}$$

$$f_i = 82.2 - 90.4 - 24.6 + 28.84 = -4 \text{ kg/cm}^2 > -32 \text{ kg/cm}^2$$

f. Revisión de esfuerzos en la capa de compresión.

i. Esfuerzos permisibles

$$f_c = 0.45 \cdot f'c = 90 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_t = 1.6 \cdot \sqrt{f'c} = -22.62 \text{ kg/cm}^2$$

ii. Fibra superior

$$f_s = n \cdot \frac{M_{sct \max}}{S_{sc4}} = 0.7071 \cdot \frac{40,550}{1,011.17} = 28 \text{ kg/cm}^2 \leq 90 \text{ kg/cm}^2$$

$$M_{sct \max} = \frac{(104.55 + 61.5) \cdot (4.42)^2}{8} \cdot 100 = 40,550 \text{ kg-cm}$$

$$f_i = n \cdot \frac{M_{sct \max}}{S_{sc4}} = 0.7071 \cdot \frac{40,550}{5,819.7} = 5 \text{ kg/cm}^2 \leq 90 \text{ kg/cm}^2$$

ii. Fibra inferior

## 8. Revisión de esfuerzos cortantes por última resistencia.

a. Cortante actuante.

$$V_u = 1.4CM + 1.7CV = 1.4 \cdot (180 + 104.55) + 1.7 \cdot (170) = 429 \text{ kg/m}$$

$$V_{u \max} = 429 \cdot (4.42) / 2 = 950 \text{ kg}$$

Revisión a h/2 del apoyo

$$x = 5 + \frac{h_{ss}}{2} = 11 \text{ cm}$$

$$V_{ux} = 902 \cdot \text{kg}$$

$$M_{ux} = \frac{(902 + 950) \cdot 11}{2} = 10,187 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$d_v = 12 - 3.76 = 8.24 \text{ cm}$$

$$\frac{V_u}{M_u} \cdot d_v = 0.73 \leq 1$$

b. Cortante resistente.

$$b_w = 5.5 + .7071 \cdot (13.5 - 5.5) = 11.15 \text{ cm}$$

$$h^* = 0.7071 \cdot (14 - 12) + 12 = 13.41 \text{ cm}$$

$$d_p = 10.7 \text{ cm}$$

$$\phi V_{c \max} = 0.85 \cdot (1.3) \cdot \sqrt{400} \cdot 11.15 \cdot 13.41 = 1,563 \text{ kg}$$

$$\phi V_{c1} = 0.85 \cdot \left( 0.16 \cdot \sqrt{400} + 49 \cdot \frac{V_u d_u}{M_u} \right) b_w d_p = 2,343 \text{ kg}$$

$$\phi V_{c2} = 0.85 \cdot (0.55) \sqrt{400} \cdot b_w \cdot d_p = 661 \text{ kg}$$

$$\frac{V_u}{M_u} d_v = 0.73 \leq 1.0$$

$$\phi V_c \geq V_{u \max}$$

$$1,563 \geq 880 \text{ kg}$$

c. Revisión de cortante horizontal por fricción.

$$V_u = 950 \text{ kg}$$

$$V_{nh} = 5.6 \cdot b_v \cdot d$$

$$V_u \leq \phi V_{nh}$$

$$V_{nh} = 5.6 \cdot (53) \cdot (6.59) = 1,956 \text{ kg}$$

$$b_v = 5 + b_{corona} = 53 \text{ cm}$$

$$\phi V_{nh} = 0.85 \cdot (1956) = 1663 \text{ kg} \geq 928 \text{ kg}$$

## 9. Revisión de deflexiones

a. Revisión de deflexiones en la transferencia.

$$\Delta_{pt} = \frac{P_i \cdot e_{ss} \cdot L^2}{8 \cdot E_{cc} \cdot I_{ss}}$$

$$E_{cc} = 15,100 \cdot \sqrt{f_c} = 270,117 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_c = 0.8 \cdot f_c = 320 \text{ kg/cm}^2$$

$$\Delta P_{instantáneas} = 1,407 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_i = 12,244 - 0.981 \cdot (1,407) = 10,904 \text{ kg}$$

$$\Delta_{pt} = \frac{10,904 \cdot (0.84) \cdot (442)^2}{8 \cdot (270,117) \cdot 1,140.9} = 0.73 \text{ cm}$$

$$\Delta_{pp} = \frac{5 \cdot \omega_{pp} L^4}{384 \cdot E_{cc} \cdot I_{ss}} = \frac{5 \cdot (25.02/100) \cdot 442^4}{384 \cdot (270,117) \cdot 1,140.9} = 0.4 \text{ cm}$$

$$\Delta_{inst} = 0.72 - 0.4 = 0.32 \text{ cm} (\uparrow) = -0.32 \text{ cm}$$

$$\Delta Adm_{transf} = \frac{L}{300} = 1.44 \text{ cm}$$

$$1.44 \geq -0.32 \text{ cm}$$

b. Revisión de deflexiones en la etapa final.

$$\Delta_{pf} = \frac{P_e \cdot e_{sc} \cdot L^2}{8 \cdot E_{cp} \cdot I_{sc}} = \frac{8,729 \cdot (.981) \cdot (5.4) \cdot (442)^2}{8 \cdot (302,000) \cdot 4,898.3} = 0.76 \text{ cm}$$

$$f_{se} = 12,472 - 3,743 = 8,729 \text{ kg/cm}^2$$

$$\Delta_{ppl} = \frac{5 \cdot \omega_{ppl} \cdot L^4}{384 \cdot E_{cp} \cdot I_{sc}} = \frac{5 \cdot (155/100) \cdot (442)^4}{384 \cdot (302,000) \cdot (4,898.3)} = 0.53 \text{ cm}$$

$$\Delta_{acab} = \frac{5 \cdot \omega_{acab} \cdot L^4}{384 \cdot E_{cp} \cdot I_{sc}} = \frac{5 \cdot (61.5/100) \cdot (442)^4}{384 \cdot (302,000) \cdot (4,898.3)} = 0.20 \text{ cm}$$

$$\Delta_{CV} = \frac{5 \cdot \omega_{cv} \cdot L^4}{384 \cdot E_{cp} \cdot I_{sc}} = \frac{5 \cdot (104.55/100) \cdot (442)^4}{384 \cdot (302,000) \cdot (4,898.3)} = 0.35 \text{ cm}$$

$$\Delta T = -0.76 - (0.73 + 0.76) \cdot (2.4/2) + (0.4 + 0.53 + 0.2) \cdot (1 + 2.4) + 0.35 = 1.64 \text{ cm}$$

$$\Delta Adm_{Diferido} = \frac{L}{240} + 0.5 = \frac{442}{240} + 0.5 = 2.34 \text{ cm} \geq 1.64 \text{ cm}$$

Referencia bibliográfica.

Manual de Diseño de Estructuras Prefabricadas y Presforzadas. Anippac / Instituto de Ingeniería UNAM.

Reglamento para las Construcciones de Concreto Estructural ACI 318-02

Aceros para pretensado en la EHE, Calidad Siderúrgica, S.R.L.

**Ing. Roberto Aranda**  
rcaranda@deacero.com  
[rcaranda@deacero.com](mailto:rcaranda@deacero.com)  
**Ing. Carlos Rivera**  
[crivera@deacero.com](mailto:crivera@deacero.com)

**DEACERO, S.A. DE C. V.**  
Ave. Lázaro Cárdenas 2333 Ote. Col.  
Valle Oriente  
66260 Garza García, N. L. México  
Tel. +52 (81) 8368.1100

***deacero.com***